

# Traitement adaptatif appliqué au signal sismique

Jamal EL MHAMDI<sup>1</sup>, Fakhita REGRAGUI<sup>2</sup> & Mimoun HARNAFI<sup>3</sup>

1. Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, Département de Génie Electrique, B.P.6207 Rabat Instituts. e-mail : mhamdi\_jamal@yahoo.fr

2. Université Mohammed V – Agdal, Faculté des Sciences, Département de Physique, B.P. 1014 Rabat R.P. e-mail : regragui@fsr.ac.ma

3. Université Mohammed V – Agdal, Institut Scientifique, Département des Sciences de la Terre, Laboratoire de Physique du Globe, B.P. 703 Agdal, Rabat. e-mail : harnafi@israbat.ac.ma

**Résumé.** Nous proposons une vue générale des techniques adaptatives appliquées au cas des signaux sismiques. Le filtre de Wiener a été appliqué dans le cas de l'élimination du bruit sismique local corrélé avec le signal sismique utile, connu ou non, ceci par l'utilisation des algorithmes adaptatifs LMS et RLS. Le signal sismique purifié du bruit local a été modélisé par le modèle paramétrique AR pour une analyse et une exploitation optimale. L'évolution des coefficients du modèle en fonction du temps a montré des ruptures aux instants de changement du type d'ondes, ce qui nous a permis de localiser les temps des arrivées des ondes P et S.

**Mots clés :** filtre de Wiener, algorithmes LMS et RLS, traitement du signal, ondes P et S, prédiction linéaire, sismologie.

## Adaptive techniques applied to seismic signals.

**Abstract.** We propose a general overview of the adaptive techniques applied to seismic signals. The Wiener filter has been applied to remove the local seismic noise correlated with the useful, known or not, signal with the help of adaptive LMS and RLS algorithms. The seismic signal, purified from local noise, has been modelled with the help of the AR parametric model for both optimal analysis and use. The evolution of the time-varying parameters have shown breaks at the time of wave type changes. This has enabled us locating the arrival times of P and S waves.

**Key words:** Wiener filter, LMS and RLS algorithms, signal processing, P and S waves, linear predict coefficients, seismology.

## INTRODUCTION

Les stations numériques d'enregistrement du signal sismique font l'acquisition en permanence des événements qui peuvent se produire. L'enregistrement sur un support de stockage du signal utile ne peut se faire que sur un ordre de décision basé sur la discrimination entre le bruit permanent local et le signal sismique, selon un algorithme approprié de détection. Le signal sismique enregistré est entaché de perturbations nuisibles liées au site d'installation de la station d'enregistrement. Les sources de ces bruits sont variées : mer agitée, houle, vent et activité humaine (circulation). Les caractéristiques fréquentielles du bruit local se superposant au signal sismique, le recours au filtrage fréquentiel analogique ou numérique est l'un des moyens efficaces pour éliminer les signaux indésirables. Ceci est toujours possible lorsque le spectre du signal utile est différent de celui du bruit additif ; dans le cas où les spectres sont superposés, le filtrage par les méthodes classiques fréquentielles (passe bas, passe haut, passe bande et réjecteurs de bande) devient impossible.

En général, les stations d'acquisition de signaux sismiques sont placées sous forme d'un réseau courte période à proximité des zones sismiques. Les données acquises sont par la suite envoyées par les moyens de télécommunication vers une station centrale pour le traitement et l'enregistrement. La modélisation paramétrique du signal acquis permet l'envoi vers la station de traitement de quelques coefficients représentatifs du signal au lieu de tous les échantillons. Par la suite, la station centrale restitue le signal à partir de ces coefficients, comme dans le cas du téléphone cellulaire (GSM).

Dans cet article, nous exposons les résultats de l'application des techniques prédictives au signal sismique afin d'obtenir :

– un signal filtré de son bruit ;

– une modélisation par quelques coefficients dans le but d'une compression ou d'une transmission ;

– la localisation des temps d'arrivées des ondes sismiques P et S.

## LE FILTRAGE ADAPTATIF

Un filtre adaptatif est un filtre numérique dont les coefficients se modifient eux-mêmes en fonction des signaux extérieurs. Il est utilisé chaque fois qu'un environnement est mal connu ou changeant, ou pour supprimer des perturbations situées dans le domaine des fréquences du signal utile, ce que les filtres classiques ne peuvent pas faire. Il est constitué de deux parties distinctes (Fig. 1) :

– un filtre numérique à coefficients ajustables ;

– un algorithme de modification des coefficients basé sur un critère d'optimisation (Haykin 1986).

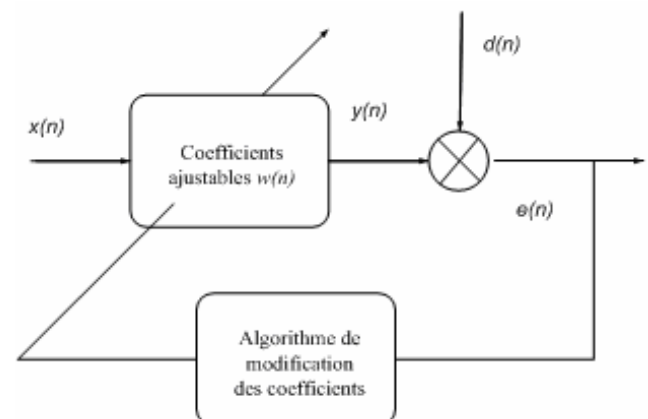


Figure 1. Principe d'un filtre adaptatif.

### Filtre de Wiener

Le principe du filtre de Wiener est de trouver en sortie une réponse  $y(n)$  la plus proche possible d'une réponse désirée  $d(n)$ , lorsque l'entrée  $x(n)$  est perturbée par un bruit.

On note :  $e(n) = y(n) - d(n)$  l'erreur entre la réponse désirée  $d(n)$  et la sortie  $y(n)$  ;  $w(n)$  le vecteur des coefficients ajustables du filtre.

Pour optimiser la séparation d'un signal et d'un bruit et atténuer la distorsion apportée par un filtre à un signal, on doit minimiser l'erreur quadratique moyenne selon le principe du filtre de Wiener (Haykin 1986) :

$$J = E ( | e(n) | ^2 )$$

$J$  : Erreur Quadratique Moyenne (EQM) ;

$E$  : Espérance mathématique.

Le signal estimé  $y(n)$  est :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) = w^T x = x^T w$$

Si on désigne par :

$$\begin{aligned} p &= E \{ d(n).x^T \} \\ R &= E \{ x.x^T \} \\ rdd(0) &= E \{ d^2(n) \} \end{aligned}$$

on aboutit à la relation de l'EQM :

$$J(w) = rdd(0) - 2 p.w + w^T R.w ;$$

Le gradient de cette fonction est nul pour le vecteur des coefficients de prédiction  $w^T = R^{-1} p$

La résolution de cette équation nécessite la connaissance *a priori* des matrices d'auto-corrélation  $R$  et d'inter-corrélation  $p$ . Beaucoup d'algorithmes ont été développés dans ce sens pour résoudre cette équation, en particulier celui de Levinson & Durbin (Bellanger 1996).

### Algorithme LMS

Cet algorithme est le plus utilisé dans les applications techniques et industrielles, en raison de sa simplicité et sa robustesse face aux erreurs de calcul.

L'algorithme LMS est une approximation stochastique de l'algorithme du gradient appliqué à la minimisation de la fonction de coût quadratique  $J(w)$ . Ainsi, pour faire tendre  $w$  vers sa valeur optimale, on lui soustrait une valeur qui est proportionnelle au gradient de  $[e(n)]^2$ . Ceci aura comme expression :

$$w_{n+1} = w_n - \mu \nabla_n$$

Le gradient  $\nabla_n e(n)^2$  est la dérivée de  $e(n)^2$  par rapport à  $w_n$ .

$$\begin{aligned} \nabla_n &= \frac{\partial}{\partial w_n} e(n)^2 \\ \nabla_n e(n)^2 &= 2e(n)x(n) \end{aligned}$$

$$w_{n+1}^k = w_n^k + 2\mu.e(n)x(n-k)$$

Le coefficient d'adaptation  $\mu$  régule la stabilité du filtre ainsi que sa convergence. La condition de convergence est donnée par la relation :

$$0 < \mu \leq \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

avec  $\lambda_{\max}$  qui représente la valeur propre maximale de la matrice d'auto-corrélation  $R$ .

### Algorithme RLS

L'objectif de cet algorithme est l'estimation des paramètres  $w$  du filtre adaptatif par l'utilisation du critère des moindres carrés :

$$\begin{aligned} \varepsilon(n) &= \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} e(i) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} (d(i) - w^T(n).x(i)) \\ \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} (d(i) - w^T(n).x(i)).x(i) &= 0 \end{aligned}$$

$\lambda$  est un facteur de pondération qui prend toujours une valeur positive ( $0 < \lambda \leq 1$ ). Ce facteur est aussi appelé facteur d'oubli car il permet d'oublier les données qui correspondent à un passé distant. Le cas particulier  $\lambda=1$  correspond à une mémoire infinie. La détermination des coefficients  $w(n)$  se fera en cherchant à minimiser la fonction coût  $\varepsilon(n)$ , ceci revient à calculer sa dérivée partielle par rapport à  $w(n)$ . On obtient finalement l'expression suivante de  $w(n)$  (Bellanger 1989).

$$w(n) = w(n-1) + \frac{\lambda^{-1} R^{-1}(n-1)x(n)}{1 + \lambda^{-1} x^T(n)R^{-1}(n-1)x(n)} e(n)$$

avec :

$$e(n) = d(n) - x^T(n)w(n-1)$$

qui représente l'erreur *a priori*.

### APPLICATIONS

Le filtre de Wiener est un outil puissant en traitement du signal et en particulier en sismologie, les applications sont diverses et respectent le même principe de la figure 1, à savoir un signal d'entrée  $x(n)$ , une réponse désirée  $d(n)$ , une erreur  $e(n)$  entre  $d(n)$  et la sortie du filtre  $y(n)$  qui sert à adapter les coefficients du filtre  $w(n)$ . Ce qui différencie les applications est la façon de définir la réponse désirée  $d(n)$ . L'application de la méthode adaptative en sismologie trouve son intérêt, puisque le signal utile partage le même domaine spectral que le bruit sismique de fond, ce que les méthodes classiques de filtrage ne parviennent pas à séparer. D'autres applications dans ce même domaine se rapportent à la transmission par les moyens de télécommunication d'un signal sismique d'une station d'acquisition proche de l'épicentre, vers un centre de contrôle et de traitement. Le signal sismique présente un nombre important d'échantillons lors de son acquisition, et peut être modélisé par un modèle linéaire paramétrique sous forme d'un nombre optimal de coefficients de prédiction. Le modèle du signal sismique trouvé, pourrait servir ainsi dans des applications, comme la compression de données à transmettre, la prédiction de données pour une correction à

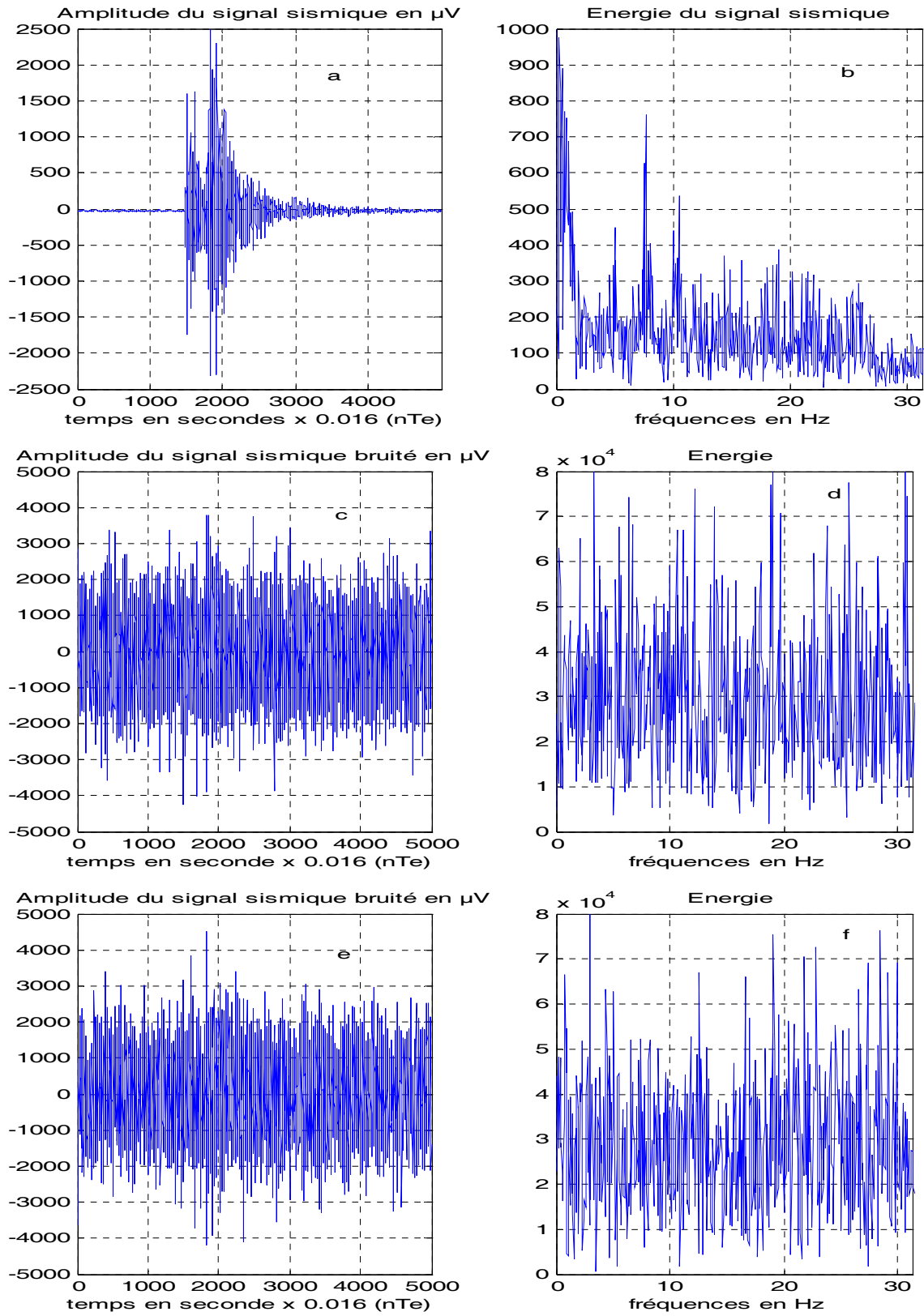


Figure 2. Caractéristiques temporelles et fréquentielles du signal sismique : **a**, signal sismique courte période non bruité ; **b**, spectre du signal sismique non bruité ; **c**, bruit blanc ; **d**, spectre du bruit blanc ; **e**, signal sismique a noyé dans un bruit blanc ; **f**, spectre du signal sismique bruité

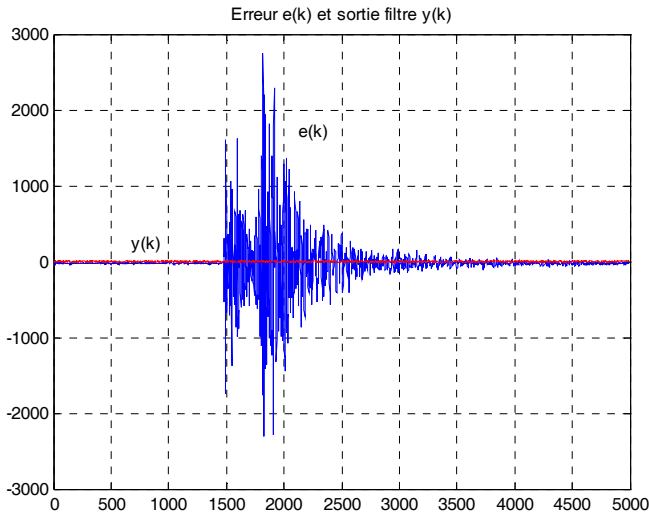


Figure 3. Signal d'erreur  $e(k)$  proche du signal sismique et la sortie du filtre  $y(k)$ , qui représente l'erreur du modèle du bruit blanc estimée.

apporter au signal sismique ou la détection et la localisation des temps des arrivées des ondes P et S.

#### Filtrage de signaux sismiques noyés dans un bruit local

Le principe est basé sur la minimisation de  $d(n)$  de telle sorte que l'erreur  $e(n)$  devient proche de  $x(n)$ .

#### Filtrage d'un signal sismique noyé dans un bruit par l'application de l'algorithme LMS

Le signal sismique (Fig. 2a) est associé avec un bruit blanc additif afin de lui ajouter toutes les fréquences et de partager sa bande de fréquences avec celle du signal sismique (Fig. 2c-d). Par l'application du filtre de Wiener, nous avons introduit le signal sismique bruité sur l'une de ces deux entrées, sur l'autre le bruit blanc. En minimisant la sortie du filtre qui désigne le modèle du bruit, en agissant sur l'ordre du modèle et le pas d'adaptation  $\mu$ , l'erreur  $e(n)$  (Fig. 3) converge vers le signal sismique purifié du bruit blanc. Pour minimiser la sortie du filtre qui modélise le bruit blanc, nous avons appliqué l'algorithme LMS, avec un pas d'adaptation faible  $\mu=10^{-7}$ , et un ordre pour le modèle égal à 19. Le choix d'un pas supérieur à  $10^{-7}$  rend le filtre instable. Les résultats obtenus pour le filtrage des signaux sismiques noyés dans un bruit blanc connu *a priori* par l'application de l'algorithme LMS sont très satisfaisants du point de vue temporel et fréquentiel, par comparaison du signal de la figure 2a, avec celui issu de l'erreur (Fig. 3).

#### Filtrage d'un signal sismique noyé dans un bruit par l'application de l'algorithme RLS

Cette fois, on a introduit dans le filtre un signal sismique lointain (Fig. 4a-b), fortement bruité par la mer (Fig. 4c-d). Le principe de la méthode est le même pour l'algorithme, qui a été modifié. Nous avons utilisé l'algorithme RLS en raison de sa convergence rapide dans le cas d'une application en temps réel, et aussi de sa robustesse. Notre choix pour le facteur d'oubli  $\lambda = 1$ , a été

dicté pour favoriser la détection des ondes P et S, et aussi pour avoir un filtrage optimal. Avec un facteur d'oubli  $0,96 \leq \lambda \leq 1$ , la variation des coefficients en fonction du temps devient très importante et on détecte d'autres types d'ondes que P et S qui accompagnent le signal sismique. Le bruit de la mer est un bruit local, basse fréquence (6 sec. de période) pouvant être enregistré lorsqu'il y a la houle. Il partage les mêmes caractéristiques spectrales que le signal sismique étudié. En plus, lors d'un tremblement de terre, son amplitude devient importante et peut noyer complètement le signal utile si la magnitude du signal sismique est faible. Le taux du rapport signal sur bruit (S/B) dans ce cas est de  $-14,37$  dB, pour rendre le signal complètement noyé dans ce bruit. Ce bruit partage la même bande spectrale que le signal sismique utile (Fig. 4c-d). La minimisation de l'erreur entre le signal bruité et le bruit estimé permet d'éliminer presque complètement le bruit local de la mer (Fig. 5). Les caractéristiques temporelles et fréquentielles après filtrage n'ont subi aucune altération.

#### Filtrage d'un signal sismique noyé dans un bruit non connu a priori

Le signal représenté dans la figure 6a est entaché d'un bruit *a priori* non connu, qui empêche un bon repérage des ondes P et S. Le débruitage du signal sismique se fait en introduisant un bruit semblable à celui présent avec le signal sismique. Nous avons pensé à introduire le bruit blanc comme signal de référence à l'entrée  $b'(n)$  du filtre (Fig. 7) et sur l'autre entrée, le signal sismique bruité. La minimisation de l'erreur  $e(n)$  par l'application de l'algorithme LMS nous a permis d'améliorer la qualité du signal (Fig. 6b).

#### Modélisation du signal sismique

L'intérêt de modéliser le signal sismique par un modèle linéaire paramétrique est de faciliter la détection des zones de rupture lors de l'évolution du signal. Les coefficients du modèle évoluent en fonction du temps et tendent à converger plus ou moins rapidement. A la rencontre d'un événement, ces coefficients présentent des zones de rupture du modèle qui se manifestent par des variations brusques, indiquant ainsi les temps des arrivées des ondes caractéristiques du signal sismique, comme dans le cas des ondes P et S.

#### Modélisation paramétrique des signaux sismiques

Dans ce volet, nous nous sommes intéressés à la modélisation paramétrique du signal sismique avec le modèle autorégressif (AR). Ce modèle présente un intérêt particulier pour les signaux sismiques, lorsque les coefficients du modèle évoluent dans le temps. Cette évolution peut indiquer les moments de rupture du modèle et qui peuvent signifier dans le cas des séismes, la détection de certains types d'ondes. Le modèle AR est défini dans le cas temporel par la relation suivante :

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a(i)y(k-i) + \sigma u(k)$$

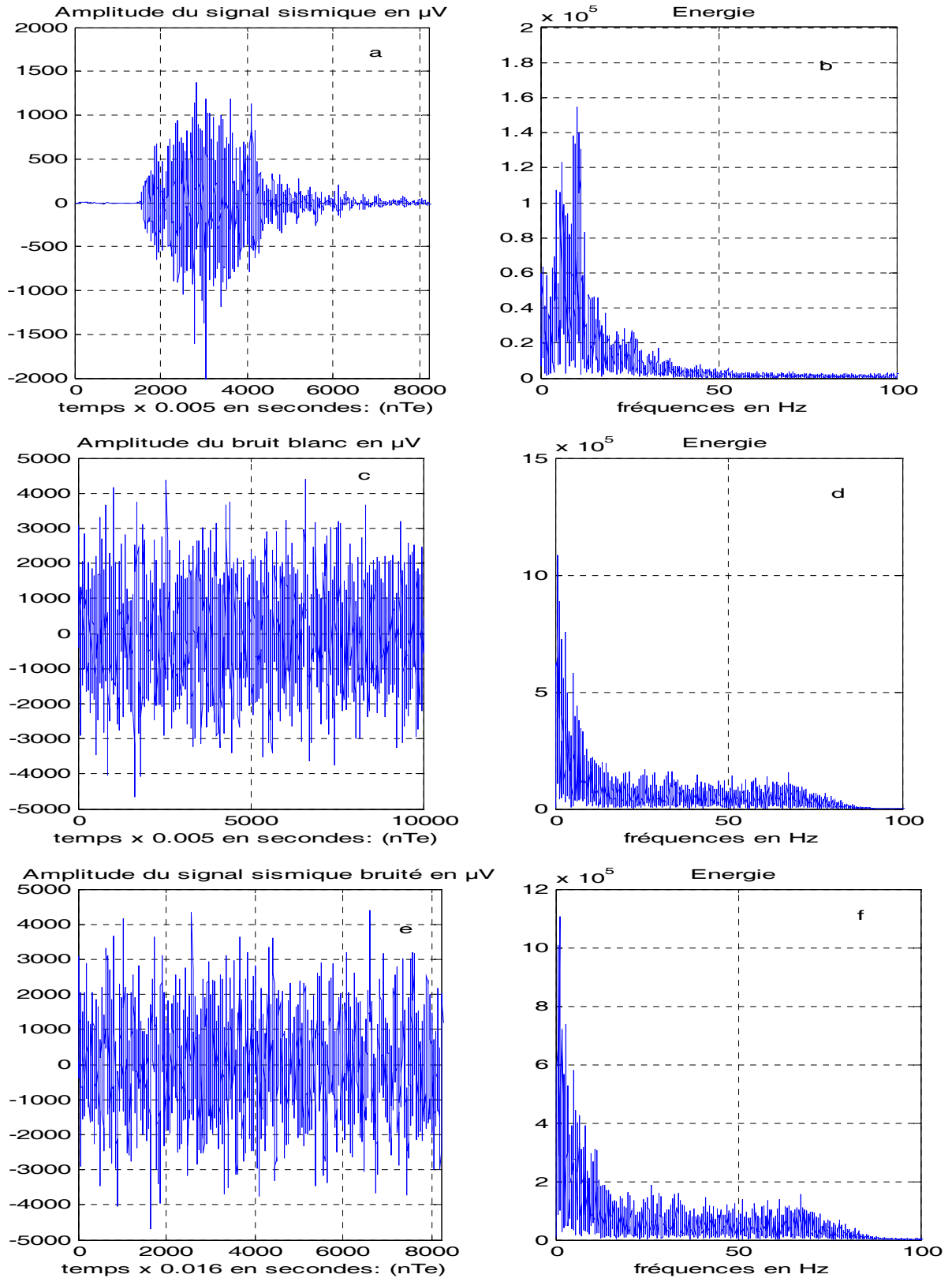


Figure 4. Caractéristiques temporelles et fréquentielles du signal sismique moyenne période. **a**, signal sismique non bruité ; **b**, spectre du signal sismique non bruité ; **c**, bruit de la mer ; **d**, spectre du bruit de la mer ; **e**, signal sismique a noyé dans le bruit de la mer ; **f**, spectre du signal sismique bruité par la mer

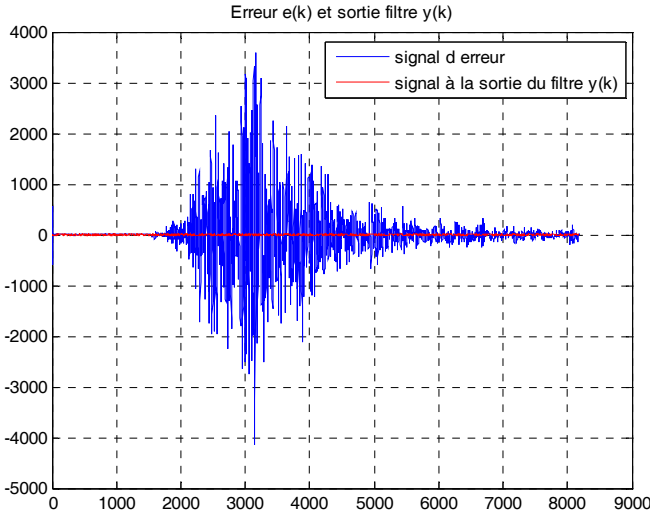


Figure 5. Signal d'erreur  $e(k)$  montrant le signal sismique moyenne période, filtré du bruit de la mer et la sortie du filtre  $y(k)$ , qui représente l'erreur du modèle du bruit de la mer estimée à éliminer.

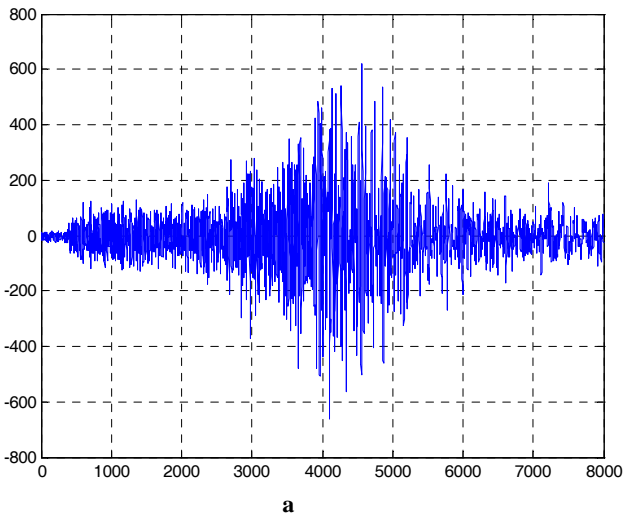
et dans le cas fréquentiel par la fonction de transfert :

$$\frac{y(f)}{u(f)} = H(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p a(i)e^{-j2\pi if} \right|^2}$$

où  $\sigma^2$  représente la variance du bruit additif  $u$ ;  $p$  l'ordre du filtre; et  $a(i)$  les coefficients du filtre (Fleury 2001).

Il existe plusieurs méthodes pour extraire les coefficients du filtre, dont par exemple la méthode de Burg, Yule-Walker, Prony etc. Le principe consiste à prendre un filtre d'analyse (Fig. 8a) qui minimise l'erreur de sortie (Orfanidis 1988) :

$$\text{avec } A(f) = 1 - \sum_{i=1}^p a(i)e^{-j2\pi if}$$



## 1. Choix de l'ordre du modèle AR

Le choix d'un ordre optimal pour un modèle AR se fait selon un compromis entre la complexité du modèle retenu et l'erreur résiduelle d'identification. Akaike (1973) propose deux critères FPE (Final Prediction Error) et AIC (Akaike Information Criterion). Le FPE est défini par :

$$FPE(p) = \frac{N + (p + 1)}{N - (p + 1)} \sigma_p^2$$

où  $N$ : représente la longueur du signal.

$p$  l'ordre du filtre,

$\sigma^2$  est un estimateur de la variance du bruit.

Le critère AIC, peut être formulé par :

$$AIC = \frac{2p}{N} + Ln(\sigma_p^2)$$

Rissanen (1978) a développé un autre critère basé sur une variante du critère AIC, qu'il a nommée MDL (Minimum Description Length) (Fleury 2001), qui est exprimée par :

$$MDL(p) = \frac{pLn(N)}{N} + Ln(\sigma^2)$$

## 2. Détermination de l'ordre du filtre d'analyse

En se basant sur la fonction MDL, on peut déterminer la valeur minimale de l'ordre du modèle du signal sismique de la figure 2a, qui a été confirmé aussi par les fonctions AIC et FPE. L'ordre obtenu correspond à  $p$  autour de 19 (Fig. 9).

Les coefficients du modèle pour le signal sismique de la figure a ont été calculés par l'utilisation de l'algorithme de Burg pour un ordre  $p=19$ . Les coefficients de prédiction linéaire pour ce signal convergent vers les valeurs suivantes :

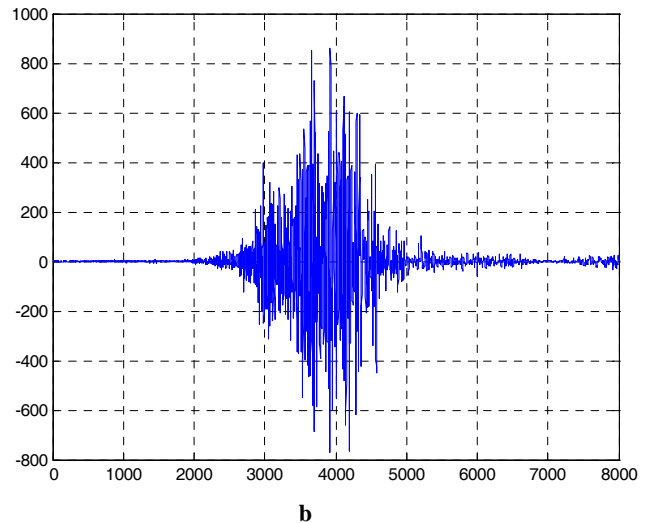


Fig. 6. a, signal sismique brut, fortement bruité avec un bruit non connu *a priori* ; b, signal sismique de la Fig. 6a filtré du bruit local, par l'utilisation d'un bruit blanc comme signal de référence.

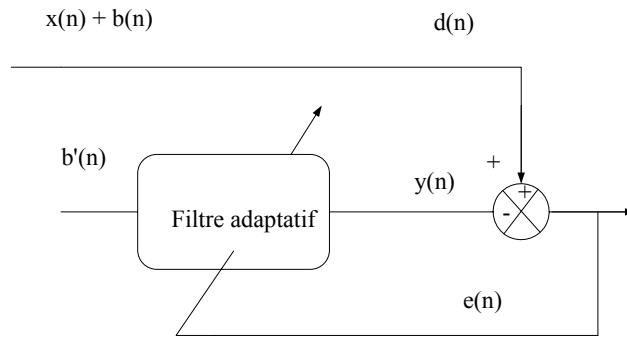


Figure 7. Schéma du bloc général du filtre adaptatif qui permet l'élimination d'un bruit local.

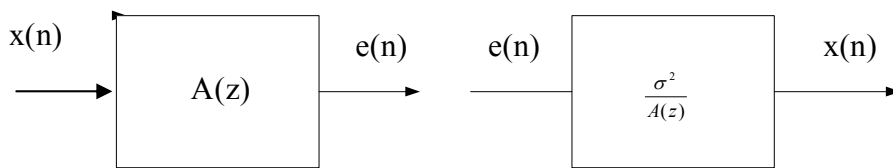


Figure 8. Filtres : a, d'analyse ; b, de synthèse.

$a(i) = [1,872 \ -1,959 \ 1,7932 \ -0,198 \ 2,728 \ -2,988 \ 2,927 \ -2,912 \ 2,769 \ -2,575 \ 2,202 \ -1,858 \ 1,538 \ -1,275 \ 0,899 \ -0,570 \ 0,351 \ -0,218 \ 0,061]$ .

Le modèle AR du signal sismique obtenu est pratiquement équivalent au signal sismique originel. Pour restituer le signal sismique à partir de son modèle, on utilise le filtre de synthèse (Fig. 8b). La sortie du filtre reproduit exactement le signal sismique à partir de l'erreur de prédiction (Fig. 10).

**Détection des temps des arrivées des ondes sismiques par l'utilisation des algorithmes LMS et RLS.**

Pour la localisation des dates des arrivées des ondes P et S, nous avons pris le signal sismique de la figure 2a. Un

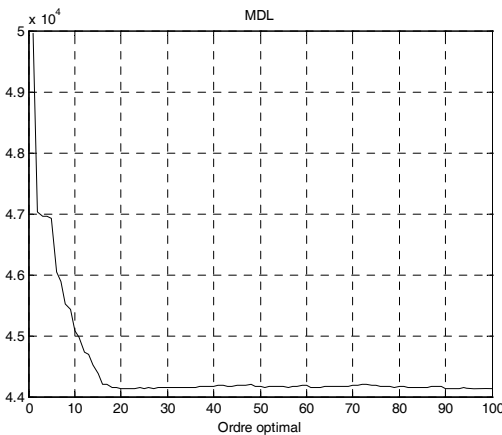


Figure 9. Variation de la fonction MDL en fonction de p.

élargissement de l'échelle des temps (Fig. 11), indique les instants des arrivées des ondes P et S directement sur le signal sismique. Parfois, il y aura des difficultés à bien cerner ces dates. La méthode d'évolution des coefficients de prédiction linéaire, a permis de localiser ces dates, juste aux moments de rupture.

Notre méthode pour la localisation des ondes P et S (Fig. 11), consiste à calculer les coefficients de prédiction linéaire par l'utilisation de l'algorithme LMS et RLS. Chaque changement temporel ou fréquentiel se manifeste par une transition brusque, annonçant le début de l'événement, ce qui est caractéristique de ce type d'ondes.

Pour cette application nous avons pris le signal sismique courte période (Fig. 2a), dans lequel on peut facilement

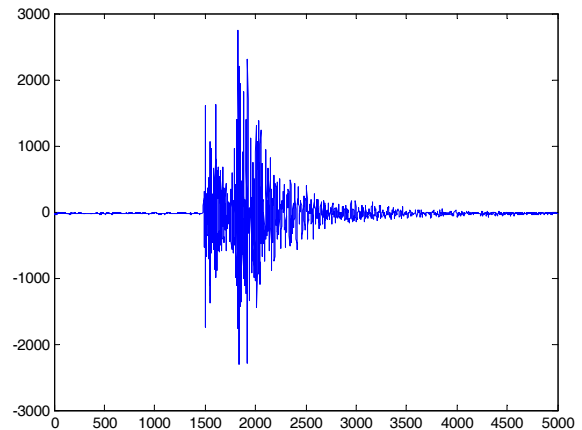


Figure 10. Signal sismique synthétisé à partir des coefficients de prédiction linéaire  $a(i)$ , selon le filtre de synthèse.

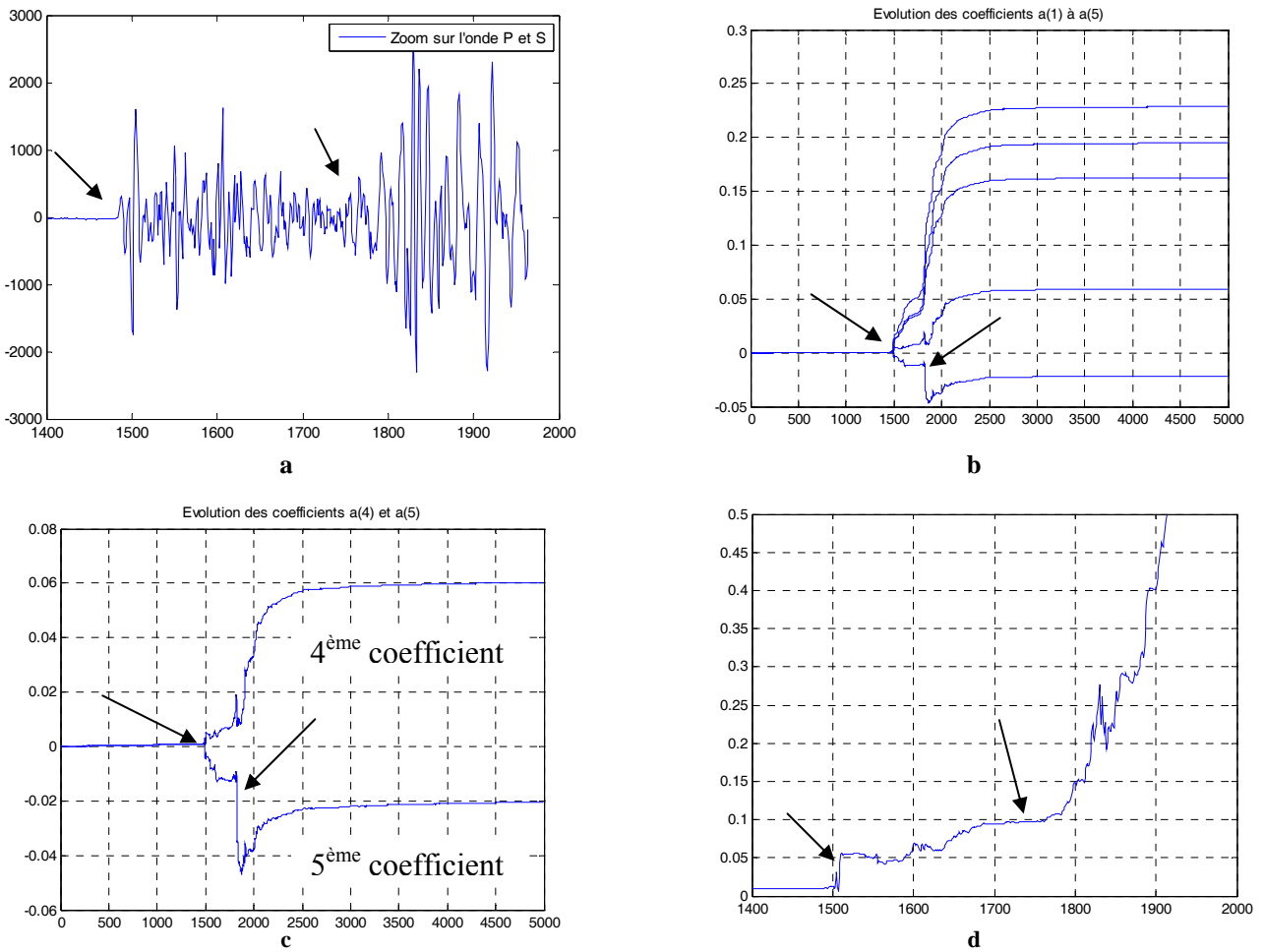


Figure 11. **a**, Agrandissement de la figure 10 montrant les temps exacts des arrivées des ondes P et S selon le principe de synthèse (Fig. 8b) ; **b**, les cinq premiers coefficients de prédiction linéaire extraits à partir de l’algorithme LMS avec  $\mu=10^{-7}$  ; les trois premiers coefficients ne détectent que l’onde P, les suivants, 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup>, font apparaître les P et les S ; **c**, coefficients de prédiction linéaire par LMS d’ordre 4 et 5, montrant deux variations brusques aux moments de rupture du modèle, indiquant le début de l’onde P et S ; **d**, localisation de l’onde S commençant à apparaître à partir du 4<sup>ème</sup> coefficient à la suite de la convergence du coefficient représentant l’onde P, et juste avant d’atteindre le deuxième pic à l’échantillon 1780.

localiser les temps des arrivées des ondes P et S. Dans ce cas, l’onde P est localisée autour de l’échantillon 1500, plus précisément, et l’onde S autour de 1780 (Fig. 11a). Par l’application de notre méthode au cas LMS, tous les coefficients manifestent ce changement brusque au temps de l’arrivée de l’onde P qui est autour de l’échantillon 1500 (Fig. 11b, c et d).

Les coefficients par LMS d’ordre 4 et 5 (Fig. 11c), montrent deux transitions, l’une autour de 1500 et l’autre autour de 1780, indiquant les temps des arrivées des ondes P et S. La localisation des temps des arrivées précises de ces ondes, se fera par l’augmentation de la résolution de l’échelle des temps des coefficients 4 et 5 (Fig. 11d, e).

Par l’application de l’algorithme RLS, on constate que tous les coefficients du modèle indiquent clairement un changement brusque lors de l’arrivée de l’onde P à 1500 (Fig. 11f) par contre l’onde S est bien localisée par l’évolution toujours du premier coefficient qui converge vers 1780, indiquant ainsi la fin de l’onde P et le début de

l’onde S, avec aussi une variation brusque comme dans le cas des figures 11 f et g.

## CONCLUSION

Les résultats obtenus ont montré l’efficacité de la méthode adaptative pour les problèmes de filtrage. Notre choix a porté sur des signaux présentant des rapports signal/bruit inférieurs à 1, ce qui suppose que le signal est noyé dans le bruit et présentant une forte corrélation spectrale avec le bruit sismique. Pour la détection des ondes caractéristiques d’un signal sismique, les résultats que nous avons obtenus, comparés avec les méthodes classiques STA/LTA, ont conforté notre méthode. Les résultats sont plus intéressants dans le cas où les coefficients de prédiction du signal sismique présentent des zones de stationnarité, ou convergent plus vite. Dans ce cas, la méthode d’extraction des coefficients de prédiction par RLS donne d’excellents résultats par rapport à celle de LMS. Ces coefficients présentent des pics aux moments des



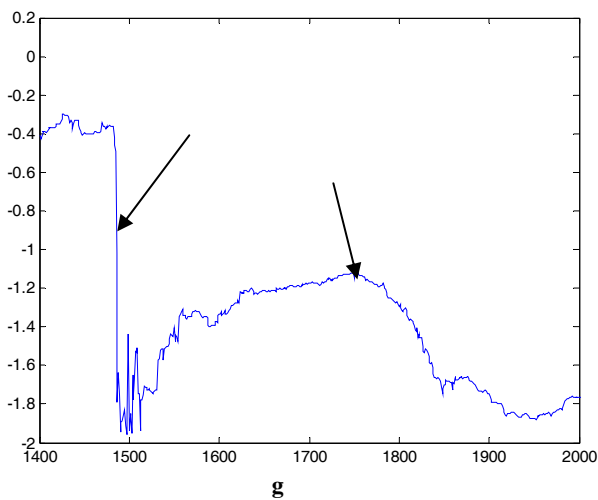
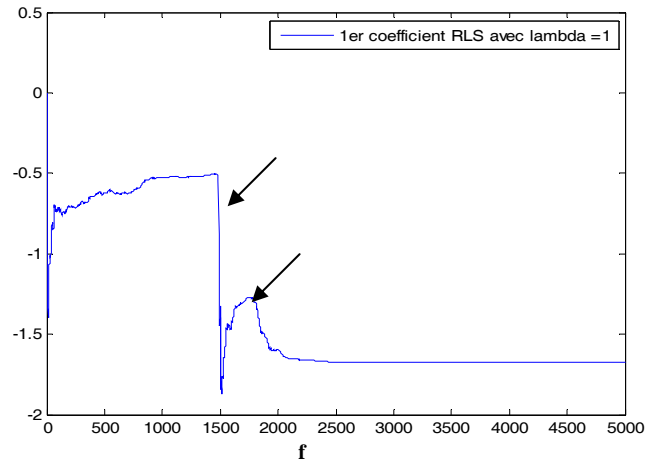
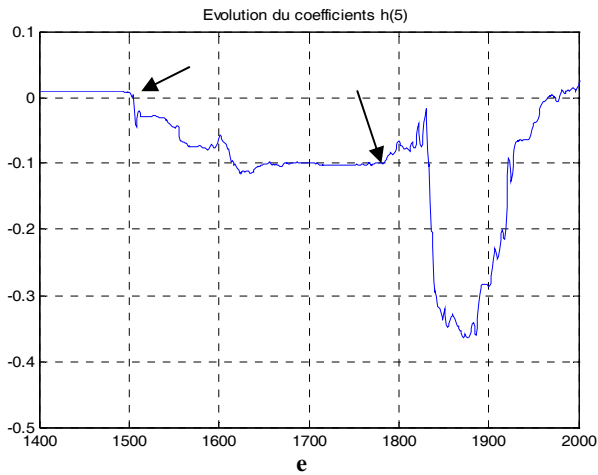


Figure 11 (suite). **e**, localisation de l'onde S se manifestant par un changement du 5<sup>ème</sup> coefficient à l'échantillon 1780 après la convergence de celui de P ; **f**, premier coefficient de prédiction linéaire utilisant l'algorithme RLS avec  $\lambda = 1$  ; **g**, agrandissement de l'échelle des temps de la figure 11<sup>e</sup>, montrant une variation brusque du 1<sup>er</sup> coefficient indiquant le début de l'onde P à l'échantillon 1486. Le début d'une deuxième variation après que la première termine sa convergence indique le début de l'onde S à l'échantillon 1780.

ruptures de modèle dans le cas de RLS, alors que le changement était lent dans le cas de LMS. Dans ce travail nous ne nous sommes intéressés que par la détection des ondes P et S, mais d'autres types d'ondes sismiques peuvent être explorés. En dernier lieu, la modélisation d'un signal sismique en un modèle AR nous a permis de représenter le signal sismique par quelques coefficients, dans le sens de réaliser une analyse plus fine en plus d'une compression ou une transmission.

#### Remerciements.

Nous voudrions exprimer notre gratitude à M. le Professeur P. Mechler (Université Pierre & Marie Curie, Paris) pour ses remarques pertinentes sur la première version du manuscrit. Ce travail a été réalisé au laboratoire « Groupe de recherche en informatique intelligence artificielle et reconnaissance de formes » au sein de la Faculté des Sciences de Rabat.

#### Références

- Akaike H. 1969, Power spectrum estimation through autoregressive model fitting. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 21, 407-419.
- Akaike H. 1970. Statistical predictor identification. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 22, 203-217.
- Akaike H. 1973. Maximum likelihood identification of gaussian autoregressive moving average models. *Biometrika*, 60, 255-265.
- Baer M. & Kradolfer U. 1987. An automatic phase picker for local and teleseismic events. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 77, 4, 1437-1445.
- Bellanger M. 1989. Analyse des signaux et filtrage numérique Adaptatif. Masson, Paris, 404 p.
- Bellanger M. 1996, Traitement numérique du signal théorique et pratique, 5<sup>ème</sup> édition révisée et augmentée. Masson, Paris, 477 p.
- Cichowicz A. 1993. An automatic S-phase picker. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 83, 1, 180-189.
- Fleury G. 2001, Analyse spectrale ; méthodes non paramétriques et paramétriques, Ellipses, 189 p.
- Gaillot P. 2000. Ondelettes continues en Sciences de la Terre – méthodes et applications-. Thèse de Doctorat, Univ. Toulouse III, 198 p.
- Haykin S. 1986, Adaptive filter theory. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 590 p.
- Makhoul J. 1975. Linear prediction: a Tutorial review. *Proc. IEEE*, 63, 561-580.
- Michaut F. 1992. Méthodes adaptatives pour le signal. Hermès, Paris, 332 p.
- Najim M. 1988. Modélisation et identification en traitement du signal. Masson, 185 p.
- Orfanidis S. 1988. Optimum signal processing: an introduction. Mc Graw Hill, New York, 349 p.

Rissanen J. 1978, Modeling by shortest data description, *Ieee. Automatica*, 14, 465-471.

Rissanen J. 1983. A universal prior for the integers and estimation, *Proc. IEEE.*, 70, 885-907.

L'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) est définie par

$$J = E ( | e (n) |^2 ) \quad (1)$$

$J$  : erreur Quadratique Moyenne ;

$E$  : espérance mathématique.

$e(n)$  : erreur entre le signal et son estimé.

$$w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{p-1} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ \vdots \\ x(n-p+1) \end{bmatrix}$$

Le signal estimé  $y(n)$  est :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) = w^T x = x^T w \quad (2)$$

L'erreur d'estimation  $e(n)$  est :

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - x^T w \quad (3)$$

L'erreur quadratique  $e^2(n)$  est :

$$e^2(n) = (d(n) - x^T w)^2$$

$$e^2(n) = d^2(n) - 2d(n).x^T.w + w^T.x.x^T.w \quad (4)$$

## Annexe

- l'erreur quadratique moyenne  $J(w)$  fonctions des paramètres  $w$  est :

$$J(w) = E\{e^2(n)\} = E\{(d(n) - x^T.w)^2\}$$

$$= E\{d^2(n) - 2d(n).x^T.w + w^T.x.x^T.w\}$$

avec

$$p = E\{d(n).x^T\} ; R = E\{x.x^T\} ; rdd(0) = E\{d^2(n)\} ;$$

d'où

$$J(w) = rdd(0) - 2p.w + w^T R.w \quad (5)$$

- Le gradient de  $J(w)$  par rapport au vecteur  $w$  des coefficients

$$\frac{\partial J}{\partial w} = -2p + 2w^T R \quad (6)$$

- Le vecteur des paramètres optimaux qui annule le gradient

$$w^T = R^{-1} p \quad (7)$$

La résolution de cette équation nécessite la connaissance *a priori* des matrices d'auto-corrélation  $R$  et d'inter-corrélation  $p$ . Beaucoup d'algorithmes ont été développés dans ce sens pour résoudre cette équation, en particulier l'algorithme de Levinson et Durbin (Bellanger 1989).

*Manuscrit reçu le 28 novembre 2007*  
*Version modifiée acceptée le 3 juillet 2008*